

Un modello accoppiato 3D di runoff e deflusso nel mezzo poroso nel quadro del sistema di supporto alle decisioni “CRITERIA”

Implementation of a 3D coupled surface-subsurface numerical flow model within the framework of the “CRITERIA” decision support system

A.Pistocchi, F.Tomei
GECOsistema srl - Cesena

Riassunto

Il contributo illustra lo sviluppo di un modello numerico accoppiato di flusso superficiale e nel mezzo poroso a saturazione variabile, mediante la tecnica delle differenze finite integrate (IFD). L'esigenza di un tale modello è legata alla necessità di una descrizione accurata dei processi idrologici nel suolo agrario alla scala tanto del campo, quanto del piccolo bacino idrografico, che non può essere fornita dai tradizionali modelli bidimensionali. Le equazioni coinvolte nella caratterizzazione tridimensionale dei pattern di flusso sono l'equazione tridimensionale di Richards per il suolo e le equazioni bidimensionali di De St Venant nell'approssimazione parabolica, ritenuta pienamente accettabile nel caso dei fenomeni descritti dal modello.

Il metodo IFD descrive il suolo e la superficie topografica sotto forma di una rete di condotti equivalenti, a ciascuno dei quali si associa l'equazione dle moto appropriata (legge di Manning, legge di Darcy generalizzata al caso parzialmente saturo).

In questo modo si perviene a una descrizione fisica dei fenomeni fortemente esplicita, in cui infiltrazione, redistribuzione, drenaggio, exfiltrazione, risalita capillare, runoff e corrivazione sono trattati minimizzando il ricorso a termini e correttivi empirici.

Le equazioni sono risolte imponendo appropriate condizioni al contorno, come: fondo impermeabile o condizione di percolazione profonda o condizione di saturazione imposta al fondo; flusso imposto ai nodi cadenti sulla superficie (precipitazione, evaporazione dal suolo) o nella zona radicale (traspirazione).

Possono essere trattati profili di suolo variabili nello spazio, e condizioni di topografia complessa; il comportamento del suolo è parametrizzato secondo i modelli di Van Genuchten relativamente alla conducibilità idraulica e alle curve di ritenzione. L'unico parametro da assegnare per descrivere il deflusso superficiale è invece la scabrezza secondo Manning.

La soluzione fornita dal modello riguarda l'altezza d'acqua in superficie e il contenuto idrico in ogni nodo di calcolo nel suolo, in riferimento ad ogni *time step* di calcolo.

Il modello è accompagnato da una interfaccia grafica appositamente studiata per visualizzare simultaneamente tutti i parametri fondamentali del problema.

Il modello è stato testato con successo in alcuni casi di studio esplorativi; passi successivi di sviluppo riguarderanno la sua integrazione nel sistema di supporto alle decisioni “CRITERIA” di ARPA Emilia Romagna – Servizio Meteorologico Regionale, e la sua validazione in alcuni casi di studio applicativi.

Abstract

A 3D numerical model of surface and subsurface water flow has been developed using the technique of Integrated Finite Difference (IFD) method. The need to develop such a system is to be linked to the need of an accurate description of soil water processes both at the field scale and at the small catchment scale to take into account physical features of the flow pattern which cannot be caught by traditional 2D models.

The governing equations involved in 3D characterization of flow patterns are 3D Richards equation for partially saturated porous medium flow, and depth averaged (2D) St Venant equations for surface runoff. In the latter, a parabolic approximation is introduced by ignoring convective and local inertia terms which are negligible in the problem of runoff formation.

The IFD method bases on describing the flow pattern in terms of an equivalent network of pipes each of which is represented by an appropriate equation (Manning's equation for flow occurring on the surface, Darcy's law for subsurface flow).

This leads to a strongly explicit physical description of the hydraulic processes in soil such as infiltration, redistribution, drainage, exfiltration, capillary uprise, runoff and flow accumulation. In this way, no empirical treatment of water balance terms is required.

The equations are solved through the specification of appropriate boundary conditions, such as: prescribed (no flow) bottom boundary or deep percolation bottom boundary condition or prescribed head bottom boundary condition; at the soil surface and at nodes falling within the root zone, either an inflow (precipitation) or an outflow (evapotranspiration) boundary condition is prescribed.

Spatially varying soil profiles are handled together with complex topography; soil behaviour is parametrized according to the Van Genuchten model for retention curves and relative hydraulic conductivity. In the case of surface flow, the only parameter to be assigned is Manning's surface roughness coefficient.

The kind of problems the model can handle involve a spatially and temporally varying solution for both water depth at the soil surface, and soil moisture (expressed in normalized form) in the subsoil.

A graphical user interface allows to visualize simultaneously soil surface conditions and soil moisture at three different levels in the soil profile considered. The model has been successfully tested in some exploratory numerical case studies. Further developments of the research will concern full integration of the hydrodynamic model here presented within the CRITERIA system developed by SMR-ARPAER, and its application in field- to catchment- scale modelling.

Introduzione – posizione del problema

I modelli fisicamente basati oggi disponibili in forma già ingegnerizzata si fermano generalmente a simulazioni di tipo monodimensionale (profili verticali) o al più bidimensionale (sezioni); questo non consente di modellare fenomeni “di bacino”, in cui gli scambi laterali fra colonne di suolo e i fenomeni di corrivazione e formazione dei deflussi hanno un'importanza fondamentale.

Un simile tipo di problema è generalmente affrontato mediante modelli di tipo semiempirico. Esistono tuttavia molti casi in cui il modello è indecidibile a causa dell'indeterminazione dei parametri di calibrazione (p.es. difficoltà di disporre di misure distribuite di umidità dei suoli); in questi casi un modello di maggiore base fisica può svolgere una funzione di *benchmark* per modelli di tipo semiempirico (cfr. Chen *et al.*, 1994).

Inoltre, si prospettano applicazioni future in cui la disponibilità di dati distribuiti sulla umidità dei suoli, la meteorologia e le proprietà dei mezzi porosi potrebbero consentire di effettuare modellazioni compiutamente tridimensionali di elevata accuratezza, con il beneficio di una descrizione assai realistica dei sistemi idrologici che potrebbe essere di grande interesse per le applicazioni di *precision agriculture*, p.es. ai fini di controllo dell'inquinamento diffuso e utilizzazione ottimale delle risorse irrigue.

In base a queste considerazioni, si è avviata una fase di ricerca volta ad introdurre un algoritmo di soluzione numerica del bilancio idrologico su un dominio “di bacino” (tridimensionale) nel sistema di supporto alle decisioni CRITERIA (Marletto, Zinoni, 1999), messo a punto ed oggi operativo presso il Servizio Meteorologico Regionale di ARPA Emilia Romagna. Un tale algoritmo costituisce strumento di *benchmarking* per mettere a punto i parametri dell'approccio semiempirico di *default* in CRITERIA, soprattutto allorquando ci si pone il problema di generalizzare il modello CRITERIA, oggi monodimensionale, per descrivere fenomeni a più dimensioni.

Il modello proposto

Concettualmente, è possibile sviluppare un modello continuo del flusso sulla superficie topografica e nel mezzo poroso in tre dimensioni, a comprendere tutti i fenomeni che vanno dalla percolazione, alla risalita capillare, al drenaggio operato da fossi e altri meccanismi, all'alimentazione della falda con oscillazione della tavola d'acqua, al flusso nel mezzo saturo, al ruscellamento superficiale a campagna e nei canali.

Questo richiede l'uso delle equazioni del moto in superficie (legge di Manning, equazioni di De St Venant) e nel suolo (legge di Darcy, equazione di Richards) in modo accoppiato, mediante un'opportuna formulazione dell'equazione di continuità della massa in forma strutturalmente analoga per il mezzo poroso e per la superficie del terreno..

In tal modo è possibile descrivere in modo fisicamente basato tutti i fenomeni connessi al bilancio idrologico dei suoli agrari (deflussi superficiali, infiltrazione, redistribuzione, deflusso ipodermico, drenaggio e risalita della falda).

Un approccio del genere si trova ad esempio nei modelli WDWBM (Poole et al., 2000) e SHE/SHETRAN (Abbott *et al.*, 1986 a,b).

Nel dominio del mezzo poroso, l'equazione di continuità riferita ad un elemento infinitesimo del suolo è nella forma:

$$\operatorname{div}(\underline{u}) + \frac{\partial(W\theta)}{\partial t} = q \quad (1)$$

dove:

\underline{u} = vettore delle portate specifiche

W = volume di controllo dell'elemento di suolo

θ = contenuto idrico volumetrico del suolo

q = termine di portata specifica immessa o prelevata dal volume di controllo (*source/sink*).

Il vettore velocità è dato dalla legge di Darcy:

$$\underline{u} = -K(\theta) \operatorname{grad}H \quad (2)$$

dove:

K(θ) = conducibilità idraulica, dipendente in generale dal contenuto idrico volumetrico del suolo

H = carico totale idraulico.

Combinando le due equazioni precedenti si ottiene la ben nota equazione di Richards in termini di carico piezometrico (che consente di trattare suoli con discontinuità stratigrafiche):

$$C \frac{d\theta}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} = \operatorname{div}(K(H) \bullet \operatorname{grad}(H)) + q \quad (3)$$

dove:

C = costante di immagazzinamento = W x n

W = volume fisico del mezzo poroso

n = porosità

Nel dominio del flusso in superficie, l'equazione di continuità riferita ad un volume di controllo costituito dall'invaso a pelo libero su un elemento di superficie infinitesimo è la medesima se si scrive la parte capacitiva nella forma:

$$\frac{\partial W\theta}{\partial t} = S \frac{\partial h}{\partial t} = S \frac{\partial H}{\partial t} \quad (4)$$

dove h è il tirante idrico sulla superficie di base S del volume di controllo W.

La portata specifica (coincidente con la velocità di flusso) è, secondo la legge di Manning:

$$u_x = -\frac{h^{0.67}}{M} \sqrt{\frac{\partial H}{\partial x}} \quad (5)$$

dove M è il coefficiente di scabrezza secondo Manning. Se si pone allora:

$$K' = \frac{h^{0.67}}{M \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}} \quad (6)$$

la portata specifica si può scrivere in forma strutturalmente identica a quella valida per il flusso nel mezzo poroso:

$$\underline{u} = -K'(H, h) \text{ grad}H \quad (7)$$

In questo modo, si perviene anche per i flussi superficiali ad un'equazione del flusso strutturalmente identica al caso di flusso subsuperficiale (equazione (3)). Ciò consente di risolvere un unico sistema di equazioni mediante opportuni algoritmi numerici, ottenendo come soluzione simultaneamente i carichi idraulici in ciascun nodo, e quindi i tiranti idrici sulla superficie, e i contenuti di umidità nella parte di dominio costituita dal suolo.

Il metodo implementato, noto come metodo delle differenze finite integrate (si veda ad es. De Marsily, 1986) opera una discretizzazione del dominio in celle per ciascuna delle quali si scrive un bilancio di volume:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^n Q_{ij} + q_i \quad (8)$$

dove:

V_i = volume d'acqua immagazzinato al nodo i-esimo,

q_i = portata immessa direttamente al nodo i-esimo (pioggia-perdite idrologiche)

Q_{ij} = portata che transita dal nodo j-esimo al nodo i-esimo, calcolata per coppie di nodi subsuperficiali nella forma:

$$Q_{ij} = -\frac{k_i(\theta) + k_j(\theta)}{2} S_{ij} \frac{(H_i - H_j)}{L_{ij}} \quad (9)$$

dove S_{ij} = superficie di interfaccia fra i nodi i e j; L_{ij} = distanza fra i nodi i e j, per nodi superficiali, analogamente:

$$Q_{ij} = -\frac{k'_i(h) + k'_j(h)}{2} S_{ij} \frac{(H_i - H_j)}{L_{ij}} \quad (10)$$

e dove la sommatoria estesa a tutti gli n nodi del sistema, ad eccezione del nodo j=i.

Nello scrivere l'equazione precedente di bilancio in ciascun nodo, occorre definire i termini capacitivi che, per il nodo i-esimo, sono:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = C_i \frac{\partial H_i}{\partial t} \left[\frac{d\theta}{dH} \right]_i \quad (11)$$

per i nodi subsuperficiali, e

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = S_i \frac{\partial h_i}{\partial t} \quad (12)$$

per quelli superficiali.

Al fine del calcolo dei termini capacitivi, i termini $\left[\frac{d\theta}{dH} \right]_i$ vengono modellizzati con funzioni

di tipo empirico che possono essere calibrate dalle proprietà dei suoli. La funzione utilizzata nell'implementazione qui proposta è quella formulata da Van Genuchten (1980).

Analogamente, si ricorre al modello di Van Genuchten (*ibid.*) per descrivere la relazione $K(\theta)$.

Con opportuni passaggi, è possibile scrivere il sistema di equazioni accoppiate nella forma matriciale:

$$\underline{C} \partial[H] / \partial t = \underline{A} [H] + [q] \quad (13)$$

dove C è la matrice di massa del sistema (diagonale), A è la matrice di rigidità (simmetrica), [H] è il vettore incognito dei carichi piezometrici e [q] quello delle portate immesse/prelevate dalle celle (precipitazione, evapotraspirazione).

Risolvendo il sistema (13) si ottengono simultaneamente, ed in modo coerente, i valori dei carichi piezometrici -e di conseguenza dei contenuti idrici- nel suolo e i valori dei livelli idrici in superficie, in relazione ai fenomeni di scorrimento ed accumulo dei deflussi.

La soluzione del sistema avviene con l'applicazione di opportune condizioni al contorno, che generalmente sono quelle di:

- flusso imposto (precipitazione ed evapotraspirazione, inglobate nel termine [q]) sui nodi superficiali e su quelli della zona radicale considerati attivi ai fini dell'evapotraspirazione
- carico piezometrico (e quindi contenuto idrico volumetrico) imposto, oppure flusso nullo imposto, alla base dello strato di terreno che viene descritto dal modello
- carico piezometrico imposto sulle celle in corrispondenza dei drenaggi o del reticolo idrografico.

Il sistema di equazioni sopra mostrato ha forti caratteri di non linearità e viene risolto con le ordinarie tecniche numeriche del caso.

Il modello proposto consente quindi di descrivere l'andamento dei bilanci idrici su un dominio tridimensionale accoppiando i flussi superficiali a quelli nel mezzo poroso.

L'accoppiamento diretto con il sistema di supporto alle decisioni CRITERIA avviene reperendo da quest'ultimo:

- proprietà del suolo
- input meteorologico (piogge, evaporazione, traspirazione)

- input relativo all'evoluzione fenologica delle colture e della profondità radicale che definisce la profondità del suolo interessato da evapotraspirazione.

Il modello proposto non si sottrae alla categoria dei “mediating models” (Beven, 1996).

Infatti, pur essendo basato sulle equazioni a derivate parziali esprimenti il bilancio di massa e di quantità di moto, il modello descrive le leggi del moto con le equazioni empiriche di Darcy e di Manning per i deflussi sotterranei e superficiali rispettivamente. Inoltre esso è collegato a modelli semiempirici per il calcolo dell'evapotraspirazione e si basa su legami $K(H)$ e $q(H)$ fra potenziale H , conducibilità idraulica K e contenuto idrico q nei suoli mediante le equazioni empiriche di Van Genuchten.

Primi test numerici del modello

Il modello proposto è stato sottoposto a due tipi di test: il primo è consistito nel confronto con le soluzioni fornite dai altri modelli analoghi, per casi confrontabili. In particolare, il modello -limitatamente alla parte di flusso subsuperficiale- è stato confrontato con quello nel caso di suolo omogeneo e problema unidimensionale utilizzato in Gottardi e Venutelli (1993). Il modello ha riprodotto l'andamento del fronte umido in buon accordo con quanto ottenuto dagli Autori.

Un secondo test è stato effettuato confrontando la propagazione del fronte umido in un suolo inizialmente posto a saturazione assegnata (0.3), con flusso imposto in sommità (2 cm/hr). L'andamento del fronte umido nei casi di imbibizione dall'alto è stato confrontato con quello previsto da un modello di Green-Ampt (Greppi, 1999; Natale, 1996) che fornisce una valutazione del fronte medio in ipotesi di flusso a pistone.

Il calcolo ha fornito una accettabile corrispondenza qualitativa fra i tempi di propagazione, stanti comunque le difficoltà di confronto fra i due modelli. In particolare, la velocità di avanzamento del fronte risulta prevista in modo corretto.

In entrambi i casi, le differenze di comportamento fra il modello e il *benchmark* sono spiegabili qualitativamente per la diversa struttura delle ipotesi idrodinamiche fatte.

Il secondo ordine di test è consistito nella verifica qualitativa dei fenomeni descritti in alcuni casi significativi, quali ad esempio andamenti meteorologici osservati realmente, e rispose idrologiche di campi-tipo a morfologia *random*, a forma di campo baulato rettangolare e a forma di bacino idrografico di riferimento. Per quest'ultimo caso ci si è riferiti al sottobacino Bottiglie nel bacino sperimentale Serra de' Conti (AN) oggetto di studio nell'ambito del progetto CLIMAGRI.

In ogni caso, un criterio di valutazione della performance del modello è l'errore di massa, che in ciascun caso è risultato decisamente contenuto (di norma dell'ordine dell'1%). L'errore di bilancio di massa percentuale è calcolato, ad ogni passo di calcolo per cui si ha scambio di massa non nullo, con la regola seguente:

$$MBE = (\text{Ingressi} - \text{Uscite} - \text{Immagazzinamento}) / (\text{Ingressi} - \text{Uscite})$$

Essendo:

Ingressi = cumulata delle precipitazioni

Uscite = cumulata di evaporazione dal suolo, traspirazione, flusso verso nodi a carico imposto (+) o da essi verso il sistema (-)

Immagazzinamento = somma delle variazioni dei contenuti idrici rispetto all'inizio della simulazione.

L'errore viene calcolato solo per i passi di calcolo in cui si ha uno scambio di massa, perché diversamente il rapporto risulta indeterminato.

Inoltre, all'errore istantaneo si associa anche l'errore medio sul periodo di calcolo, ottenuto dividendo la cumulata corrente degli errori istantanei per il numero di passi di calcolo. Si ritiene che, per come è costruito, sia quest'ultimo l'indicatore più rappresentativo della performance del modello in termini di bilancio di massa.

Il sistema di calcolo è stato testato simulando lunghi periodi (almeno un anno) di precipitazione ed evapotraspirazione "in continuo". E' stato considerato l'andamento meteoroclimatico del 1997 e un suolo stratificato. La Figura 1 mostra una rappresentazione del sistema idrologico considerato.

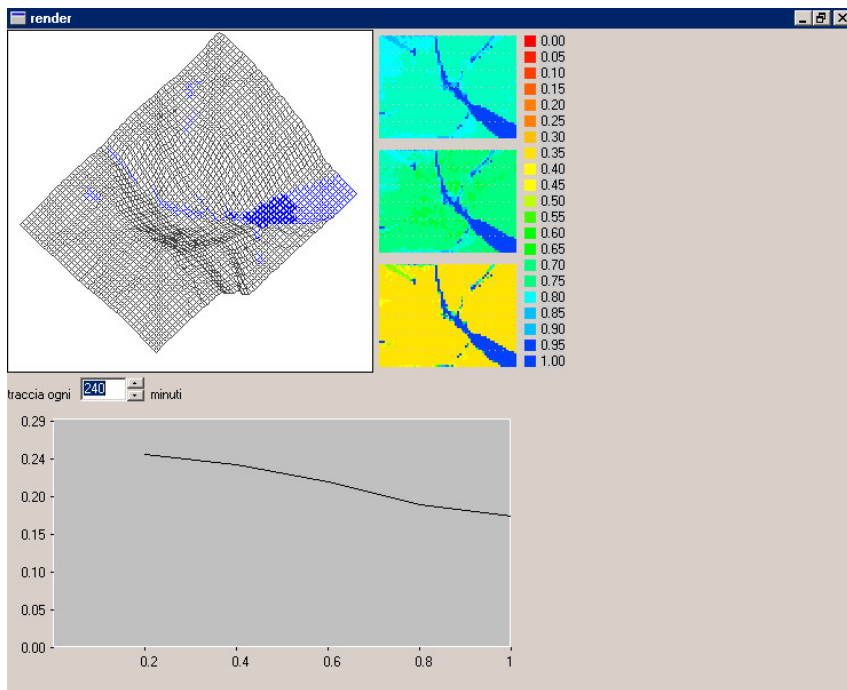


Figura 1 – bacino Bottiglie a Serra de'Conti: DTM a passo 30 m; simulazione di un giorno di precipitazione continua pari a 100 mm. Le grid sulla destra rappresentano il contenuto idrico relativo dei tre strati di suolo immediatamente sotto la superficie, intermedio e di letto (spessore totale di suolo di 120 cm) qui considerato. Il grafico inferiore rappresenta il contenuto idrico medio in funzione della profondità.

I pattern di umidità calcolati appaiono in ciascun caso piuttosto intuitivi e verosimili, e il bilancio di massa risulta soddisfatto con buona precisione rimanendo contenuto nell'ordine dei pochi punti percentuali nei diversi casi.

Conclusioni e linee future di ricerca

Il modello qui presentato rappresenta un primo stato di avanzamento della ricerca il cui fine ultimo è produrre uno strumento di *benchmarking* di un modello computazionalmente semplice e di facile generalizzazione alla scala territoriale, come è CRITERIA, e richiederà ulteriori test di calibrazione in situazioni controllate. I risultati paiono incoraggianti, evidenziando una buona capacità di descrivere fenomeni accoppiati di flusso in superficie e nel mezzo poroso in situazioni pilota su cui peraltro non esistono dati sperimentali riguardo alle variabili previste dal modello.

Linee future di ricerca potranno riguardare il completamento della descrizione dei fenomeni di interesse agroidrologico, mediante ad es.:

- l’implementazione di un modello per il flusso nelle crepe, sul tipo di quello incorporato nel modello MACRO (Jarvis, 2001);
- l’implementazione di un modello di trasporto dei soluti accoppiato a quello del flusso, per la simulazione dei flussi di massa di contaminanti solubili quali nitrati e alcuni pesticidi;
- la modellazione dell’erosione e dei dissesti superficiali.

Un aspetto particolarmente importante è infine il controllo sperimentale delle prestazioni numeriche del modello, attraverso applicazioni a casi campione controllati e il calcolo del bilancio di massa riferito ai singoli volumi di controllo costituiti dagli elementi di calcolo.

Ringraziamenti

La ricerca è stata finanziata da ARPA - Servizio Meteorologico Regionale dell’Emilia Romagna nel quadro del progetto CLIMAGRI, sotto la supervisione scientifica di F.Zinoni e V.Marletto. Gli autori ringraziano i partner del progetto CLIMAGRI per aver fornito dati, suggerimenti ed un’utile discussione dell’argomento della modellistica tridimensionale del suolo agrario.

Bibliografia

1. Abbott, M.B., Bathurst, J.C., Cunge, J.A., O’Connell, P.E., Rasmussen, J., An introduction to the european hydrologic system – système hydrologique européen, SHE, 1: History and Philosophy of a physically based distributed modeling system, *Journal of Hydrology*, vol. 87, 45-59, 1986a
2. Abbott, M.B., Bathurst, J.C., Cunge, J.A., O’Connell, P.E., Rasmussen, J., An introduction to the european hydrologic system – système hydrologique européen, SHE, 2: structure of a physically based, distributed modeling system, *Journal of Hydrology*, vol. 87, 61-77, 1986b.
3. Beven, K.J., A discussion of distributed hydrological modeling, in Abbott, M.B., Refsgaard, J.C., (eds) *Distributed Hydrological Modeling*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996
4. Chen, Z.Q., R.S.Govindaraju, M.L.Kavvas, (1994a,b). Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous soils; Parts I and II, *Wat Res Research*, 30(2), 523-548.
5. Gottardi, G., Venutelli, M., Richards: computer program for the numerical simulation of one-dimensional infiltration into unsaturated soil; *Computers and Geosciences*, vol. 19, no. 9, pp. 1239-1266, 1993
6. Greppi, M., *Idrologia*; HOEPLI, Milano, 1999, 209 pp
7. Jarvis, N.J., *The MACRO Model (Version 4.3); Technical Description*; SLU, Department of Soil Sciences, Uppsala, 2001
8. Marletto V., Zinoni F., 1999. CRITERIA: bilancio idrico e GIS per la prevenzione dell’impatto ambientale di origine agricola. In C.Giupponi (a cura di), 1999. I sistemi informativi territoriali per la gestione agroambientale del territorio. Collana Quaderni MiPA-PANDA. Ismea, Roma, 215 pp.
9. Marsily, G.de, *Quantitative Hydrogeology – Groundwater Hydrology for engineers*, Academic Press, NY, 1986, 380 pp
10. Natale, L., *Idrologia Tecnica*, in *Manuale di Ingegneria Civile*, vol. 1, ESAC-Zanichelli, Bologna, 1996
11. Poole, G.C., Stanford, J.A., Running, S.W., Frissell, C.A., A linked GIS-modeling approach to assessing the influence of flood plain structure on surface and groundwater routing in rivers, *GIS/EM 4 paper no. 42*, <http://www.Colorado.edu/research/cires/banff/pubpapers/42>, 2000
12. Van Genuchten, Th., “A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils”: *Soil Sci.Soc.Am.J.*, v. 44, No. 5, p 892-898, 1980