

# Previsione del potenziale minerario per l'estrazione di rame mediante funzioni di *favourability*: discussione di un caso di studio

## Mineral potential prediction using favourability functions: discussion on a case study

## Representation du potentiel minier par la methode des *favourability functions*: étude d'un cas

Alberto Pistocchi\* , Tsehaie Woldai#

### **Riassunto**

Si è applicato l'approccio delle *favourability functions* per la mappatura del potenziale minerario in una regione del Magondi Belt, Zimbabwe. I dati disponibili, costituiti da una datata mappa geologica, una mappa di campo magnetico rilevato da aereo, e prospezioni geochemiche ai nodi di una griglia di campionamento, sono stati integrati con diverse tecniche di inferenza a partire dalla stima di una funzione di probabilità congiunta sotto l'ipotesi di indipendenza condizionale. È stato adottato un modello concettuale geologico dei processi di mineralizzazione per interpretare l'occorrenza di mineralizzazioni, per individuare appropriati indicatori di propensione alla formazione di giacimenti, mentre le miniere esistenti sono state usate come data set di calibrazione dei modelli di inferenza. Fra le diverse tecniche utilizzate, alcune hanno mostrato una ragionevole robustezza nel predire correttamente l'occorrenza di mineralizzazione nei siti di tutte le miniere esistenti. Perciò è stato possibile tracciare mappe di propensione alla mineralizzazione a partire dai dati esistenti, ottenendo così indicazioni sui siti più idonei ove concentrare future attività di ricerca mineraria. L'approccio seguito, completamente *data-driven*, potrebbe essere migliorato sulla base di conoscenze geologiche più dettagliate.

Parole chiave: previsione dei siti propensi alla mineralizzazione, *favourability functions*, fattori causali, *sensitivity analysis*.

### **Resumé**

La memoire montre une application de la methode des *favourability functions* pour la representation du potentiel minier dans une region du Magondi Belt, Zimbabwe. Les donnés à disposition (une carte geologique, une carte aeromagnetique, prospections geochemiques) ont été integré avec différentes techniques d'inference. Un modèle conceptuel geologique a été utilisé pour interpreter l'occurrence de mineralisations, pendant que les mines connues formaient le *data set* pour la calibration des modèles d'inference. Entre les différentes techniques, aucunes ont epreuvé robustes dans la correcte prediction de toutes les mines connues à partir des donnés à disposition. Pour cela a été possible de construire une carte du potentiel minier qu'indique les lieux les plus aptes où se concentrer pour les prochaines prospections. L'application a été complètement *data-driven*, et peut etre amelioré avec l'utilisation de connaissances geologiques de meilleur résolution.

Paroles clé: prevision du potentiel minier, *favourability functions*, facteurs causels, *sensitivity analysis*.

---

\* GECOSistema srl, Cesena, Italy. [www.gecosistema.it](http://www.gecosistema.it); alberto.pistocchi@gecosistema.it

# Geological Survey Division, International Institute for Aerospace Survey and Earth Sciences (ITC), Enschede, The Netherlands

## Abstract

An area in the Magondi Belt, Zimbabwe, has been chosen for mineral potential mapping using the favourability functions approach. The available datasets comprising of an old geological map, a detailed airborne total magnetic field survey, and geochemical samples at the nodes of an exploration grid, have been integrated using different inference techniques using the joint probability function under the conditional independence hypothesis. A geological conceptual model has been adopted for the interpretation of mineralization occurrences, in order to select appropriate geospatial indicators of mineralization, while existing mines in the area have been used as a training set for the model. Among the different integration techniques which have been tested, some have proven to be robust in correctly predicting all the known mine sites. It has been thus possible to draw favourability maps using existing data, which indicate the most promising areas where to concentrate the exploration and detailed mapping efforts for mineral exploitation. Even more important, using sensitivity analysis of the favourability functions used allowed to individuate the most important factors which explain mineralization sites, and thus requiring future prospection. So far, a completely data driven approach has been supported since limitations due to lack of geological knowledge limited the possibility of using expert's knowledge-based modifications of the conditional probabilities.

Improvements in prediction can be achieved through a more detailed geological description of the area based e.g. on the interpretation of remotely sensed data.

Keywords: mineralization prediction, favourability functions, causal factors, sensitivity analysis.

\*\*\*

Il caso qui brevemente presentato è dato dal distretto di Magondi, una regione dello Zimbabwe nella quale si trovano alcune miniere di rame. Si desidera effettuare una mappatura del territorio sulla base della propensione alla presenza di mineralizzazioni di rame. Il caso è presentato sommariamente a titolo di esempio. Vari autori (Chung e Fabbri, 1993; Bonham Carter, 1994; Harris e Pan, 1999) hanno mostrato l'uso di tecniche numeriche per mettere in relazione l'occorrenza di un fenomeno di interesse con il valore locale di attributi ritenuti rilevanti per il fenomeno stesso. Questi attributi sono considerati fattori di evidenza nel senso che portano ad una definizione di "probabilità", "possibilità" o "verosimiglianza" per l'occorrenza dell'evento (Chung e Fabbri, 1993).

Questi ultimi Autori definiscono un approccio-quadro di modellazione numerica che chiamano "*favourability function modeling*" (ibid.).

In particolare, si è applicato un set di tecniche di predizione della *favourability* che comprende: il teorema di Bayes, i certainty factors, la fuzzy-somma, il fuzzy-prodotto, il fuzzy-and, il fuzzy-or e la fuzzy-operazione gamma.

Nel seguito si esporranno brevemente le considerazioni teoriche che sottendono questo approccio. Il risultato di detta operazione è una mappa che riporta per ogni località un punteggio esprimente la *favourability*, o predisposizione, a che in essa si possa verificare un fenomeno di interesse, come – nel caso in esame- la mineralizzazione.

Supponiamo che A sia il dominio oggetto di analisi, ovvero la regione di studio. Sia poi F il fenomeno del quale si è rappresentata su una carta l'occorrenza in occasione di osservazioni di campagna (per esempio le miniere esistenti, che equivalgono alla certezza della presenza di mineralizzazione). Se sono disponibili r insiemi di dati (*layers*) rappresentati ciascuno su una mappa (carta tematica) e coprente tutto A, possiamo definire per ciascuno di essi una 'funzione di partizione':

$v_k: A \Rightarrow [1, 2, \dots, n_k]$

che assegna ad ogni punto (o *pixel*) di A una delle  $n_k$  classi nelle quali è diviso il layer k-esimo (per esempio, tale funzione potrebbe essere quella che ad ogni punto associa una classe vegetazionale o un uso del suolo di appartenenza).

Si può inoltre definire un'altra funzione:

$$R_k: [1, 2, \dots, n_k] \Rightarrow [a, b]$$

che associa ad ognuna delle classi in cui è diviso il layer un valore compreso fra a e b, due numeri che devono soddisfare alcune proprietà, dipendenti dalla tecnica impiegata, che sono discusse di seguito. Il numero associato a ciascuna classe rappresenta il grado di *favourability* da associare ad ogni classe del layer nei riguardi di un dato fenomeno. Questo valore è un indice della "ragionevolezza" che il fenomeno accada in presenza di una certa caratteristica del territorio. Definiamo allora la funzione di *favourability* come la composizione di R e V:

$$F_k = R_k \circ V_k$$

Gli estremi dell'intervallo, a e b, devono essere scelti dal modellista sulla base della propria interpretazione della "ragionevolezza": se questa viene interpretata come la probabilità dell'accadimento, allora deve essere  $a=0$ ,  $b=1$ . Altre grandezze possono essere prese a misura della "ragionevolezza", come ad esempio le funzioni di appartenenza della teoria dei *fuzzy sets* (Zadeh, 1965, 1968, cit. in Chung e Fabbri, 1993), o i *certainty factors* (Shortliffe e Buchanan, 1975; Heckermann, 1986; cit. in Chung e Fabbri, 1993). In quest'ultimo caso, ad esempio,  $a=-1$  e  $b=1$ .

Se la *favourability* è intesa come probabilità, si può invocare il teorema di Bayes, per cui la probabilità condizionata che si verifichi un fenomeno F, data la concomitante presenza degli attributi  $E_1, \dots, E_n$  (supposti fra loro condizionatamente indipendenti) è:

$$\text{Prob}(F/E_1, \dots, E_n) = (\text{pps}_1 * \dots * \text{pps}_n) * (\text{ppa}_1 * \dots * \text{ppa}_n) / \text{ps}_{F_n-1} * \text{pps}_1 \dots n$$

essendo:

- $\text{pps}_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) la probabilità a priori che una certa classe di attributo si verifichi sul dominio A
- $\text{ppa}_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) la probabilità che, data una certa classe di attributo, F si verifichi sul dominio A; essa è calcolata con la formula (Chung e Fabbri, 1993)
 
$$\text{ppa}_i = 1 - (1 - \text{area}_i)^{-1} \text{nb}(i)$$
 essendo  $\text{area}(i)$  l'area di A dove si incontra la classe di attributo i-esima, e  $\text{nb}(i)$  l'area di A dove insieme all'attributo i-esimo si incontra anche un'evidenza di F
- $\text{pps}_1 \dots n$  la probabilità congiunta di  $E_1, \dots, E_n$ , ovvero la probabilità di incontrare tutti gli n eventi simultaneamente
- $\text{ps}_F$  la probabilità a priori di incontrare un'evidenza di F su A

Per applicare questa regola, si deve stilare una mappa per ciascuna combinazione delle classi di attributo che si identificano sul territorio. Questo viene fatto automaticamente in un GIS mediante l'operazione di *cross*, ovvero di identificazione di tutti i poligoni per i quali si assiste ad una combinazione unica degli attributi.

Se al posto della probabilità, valutata con la regola di Bayes, si ricorre ai *certainty factors*, si applicano le definizioni che seguono.

I *certainty factors* per una classe di attributo possono essere definiti come:

$$\text{CF}(i) = [\text{Prob}(F/E_i) - \text{Prob}(F)] / [\text{Prob}(F/E_i)(1 - \text{Prob}(F))], \text{ se } [\text{Prob}(F/E_i) > \text{Prob}(F)]$$

$$\text{CF}(i) = [\text{Prob}(F/E_i) - \text{Prob}(F)] / [\text{Prob}(F)(1 - \text{Prob}(F/E_i))], \text{ se } [\text{Prob}(F/E_i) < \text{Prob}(F)]$$

essendo Prob(F) la probabilità a priori di incontrare un' evidenza di F; il *certainty factor* (CF) per un attributo varia fra -1 e 1, indicando per valori prossimi a -1 la tendenza del fenomeno ad accadere in assenza dell'attributo, e per valori prossimi a 1 la tendenza ad accadere in sua presenza. Il *certainty factor* di due attributi è dato da:

$CF(1+2)=CF1+CF2- CF1*CF2$ , se entrambi i CF sono non-negativi

$CF(1+2)=CF1+CF2/\min(\text{abs}( CF1),\text{abs}(CF2))$ , se i CF hanno segno opposto

$CF(1+2)=CF1+CF2+ CF1*CF2$ , se entrambi i CF sono negativi

La procedura si applica iterativamente per più attributi:  $CF(1+2+3)=CF(1+2)+CF(3)+\dots$

Un'altra possibilità è quella di ricorrere alla logica fuzzy.

La logica fuzzy è formalmente analoga a quella classica booleana, salvo per il fatto che una affermazione non è mai semplicemente vera o falsa, ma possiede un grado di verità variabile fra zero e uno. Questo grado di verità è chiamato 'membership function', ed esprime il grado di appartenenza di un oggetto a un insieme. Spesso, per praticità, si tende a confondere la membership con la probabilità a priori che l'evento espresso dall'affermazione si verifichi (ppai,  $i=1,\dots,n$ ). In tal caso, la funzione assume un valore che viene stimato dalla frequenza relativa di accadimento.

Per quanto detto, si definiscono le seguenti operazioni logiche:

fuzzy 'and'= $\min$  (ppai,  $i=1,\dots,n$ )

fuzzy 'or'= $\max$ (ppai,  $i=1,\dots,n$ )

fuzzy-prodotto= $\prod$ (ppai,  $i=1,\dots,n$ )

fuzzy-somma= $(1-\prod(1-ppai), i=1,\dots,n)$

fuzzy-'gamma operation'= $(\text{fuzzy-somma})^\gamma(\text{fuzzy-prodotto})^{(1-\gamma)}$

(generalmente,  $\gamma=0,7$ )

In questo modo, si definiscono regole per la sovrapposizione di mappe, che consentono di valutare l'influenza degli eventi occorrenti in corrispondenza di determinati attributi sull'intera area di studio. Con una analisi più approfondita, si può comprendere qual è la combinazione dei vari attributi in corrispondenza della quale si ha massima propensione per l'accadimento del fenomeno in questione.

I dati disponibili, utilizzati per lo studio, sono:

- una mappa della litologia dell'area, che mostra in particolare le litologie favorevoli per ospitare le mineralizzazioni (arkose e dolomite)
- una mappa delle concentrazioni di metalli nei campioni di suolo prelevati su una griglia regolare di 500 m di lato a coprire tutta l'area
- una mappa del segnale del campo magnetico totale misurato da apparecchio aereo, che rappresenta la prossimità del materiale di basamento igneo (ritenuto l'origine del minerale), sepolto sotto sedimenti magneticamente inerti, rispetto alla superficie terrestre
- una mappa dei principali lineamenti strutturali (pieghe e faglie) dell'area (ritenute vie di migrazione preferenziale delle soluzioni mineralizzanti)
- una mappa delle miniere esistenti, cui è stata data una estensione areale convenzionale, e che viene considerata, nell'elaborazione, come una mappa degli eventi osservati ( ovvero effettiva presenza di mineralizzazioni).

In Figura 1, Figura 2, Figura 3 e Figura 4 sono rappresentati i dati utilizzati. La mappa dell'anomalia geochimica è stata ottenuta per interpolazione dei dati esistenti, di tipo puntuale, circa le concentrazioni di rame.

Da analisi geologiche effettuate sull'area, si può assumere che:

- Le rocce che tipicamente ospitano la mineralizzazione di rame sono le Arkose del gruppo di Deweras (rocce porose e permeabili che consentono il passaggio delle soluzioni

mineralizzate). Anche le dolomiti possono essere considerate come rocce favorevoli per ospitare la mineralizzazione.

- La disconformità fra la copertura sedimentaria dell'area e il sottostante basamento igneo dell'Archeano è da guardare come la principale origine del metallo, oltre ad essere l'area dove è più probabile che la mineralizzazione si verifichi.
- Le faglie e anticlinali sono da guardare come percorsi preferenziali per la migrazione delle soluzioni mineralizzate.
- Anomalie geochemiche nei suoli sono da guardare come forti indicatori di mineralizzazione.

Da questo semplice modello geologico si possono dedurre quattro tipi di fattori che in qualche modo potrebbero indicare l'occorrenza di mineralizzazioni:

- l'unità litologica
- la distanza dal basamento igneo, ovvero lo spessore di sedimenti di copertura (legato al segnale di anomalia aeromagnetica)
- la presenza di percorsi preferenziali di migrazione delle soluzioni mineralizzate (anticlinali e faglie)
- le anomalie geochemiche.

Riguardo alle anomalie geochemiche, si è fatto uso di una campagna di prospezione geochemica su suoli a circa 4 m di profondità, a copertura di tutta l'area con maglia di campionamento di circa 500 m di lato. Una analisi esplorativa delle correlazioni fra i diversi elementi non manifesta un pattern di associazione chiaro fra le varie specie. La Tabella 1 mostra come le correlazioni siano sempre piuttosto basse. Si può verificare che nichel, piombo e cobalto non mostrano spiccati pattern di anomalia, avendo valori elevati e bassi sparsi su tutta l'area.

Inoltre, oro, argento e arsenico hanno valori sempre bassi e non hanno legami con i depositi di rame osservati. In definitiva, solo rame, zinco e ferro sono stati usati come indicatori geochemici di potenziale mineralizzazione. Calcolando i coefficienti di *auto-krigeability* e codispersione (Wackernagel, 1997) del rame rispetto agli altri elementi, si vede come lo zinco possa in effetti avere un ruolo nella definizione della distribuzione spaziale del rame (il coefficiente di *autokrigeability* ha un suo trend significativo) e come il cobalto e il ferro abbiano correlazione non intrinseca con il rame (Figura 5). Nel seguito dell'analisi, comunque, si è supposto per semplicità di poter approssimare la distribuzione spaziale della concentrazione di rame con il risultato del solo krigaggio ordinario di questa variabile.

Un'analisi esplorativa delle superfici di variografia, qui non riportata, ha invece mostrato che l'autocorrelazione spaziale delle variabili è isotropa.

In definitiva, si sono assunti sei fattori causali ritenuti significativi di mineralizzazioni di rame: l'intensità del campo magnetico da rilievo aereo (AM), la concentrazione di rame (Cu), la concentrazione di zinco (Zn), la concentrazione di ferro (Fe), le classi litologiche (GL) e le lineazioni geologiche (anticlinali e faglie). Le concentrazioni di elementi derivanti dalle analisi geochemiche, disponibili come griglie di punti disposti a intervalli regolari sull'area, sono state elaborate interpolando i dati puntuali con la tecnica del *nearest neighbour*, come mostrato in figura 3. nel caso della distribuzione spaziale del rame, si è anche verificato il comportamento della previsione utilizzando una interpolazione "*refined*" mediante krigaggio ordinario della log-trasformata dei valori, come mostrato in figura 4. Per l'analisi, sono state inoltre usate le informazioni sull'ubicazione di cinque miniere di rame note (chiamate rispettivamente Avondale, Schackleton, Alaska, Angwa, e Hans, come riportato nelle figure citate). Alle miniere è stata assegnata una dimensione convenzionale di 5 x 5 pixel (essendo un pixel pari a 100 m di lato).

I dati continui (concentrazioni e intensità di campo aeromagnetico) sono stati ricondotti a classi di dati, per avere una base omogenea di elaborazione, anche se in linea di principio è possibile effettuare analisi di *favourability* anche con variabili continue.

Per quanto riguarda i dati lineari (le lineazioni geologiche), si è scelto di costruire una mappa di distanza dalle linee e di classificare in intervalli discreti quest'ultima (DL).

Dopo aver preparato i dati, si è effettuata un'analisi di sensitività della classificazione effettuata con le tecniche descritte ai paragrafi precedenti, procedendo al calcolo della *favourability* con quattro delle cinque miniere disponibili come *evidence map*, e verificando in quale classi di *favourability* andava a cadere la quinta.

In linea di principio, se la classificazione è corretta, la miniera esclusa per il calcolo dovrebbe cadere in una classe di *favourability* elevata. Per lo studio corrente, si è deciso di accettare le classificazioni che giudicavano la miniera “di validazione” almeno nel 25% di area giudicata più favorevole.

Come era prevedibile, solo due dei sette predittori utilizzati hanno superato questo test con tutte e cinque le miniere note, e in particolare il fuzzy or e la fuzzy sum (come mostrato in Figura 6). È stata poi effettuata una analisi di sensitività rispetto ai vari layer di dati utilizzati, i cui risultati sono parzialmente mostrati, a titolo di esempio, in Figura 7.

Le previsioni spaziali sono state condotte anche utilizzando solo 4 fattori, senza considerare le distribuzioni di Zinco e Ferro (ritenute meno esplicative rispetto alle altre variabili).

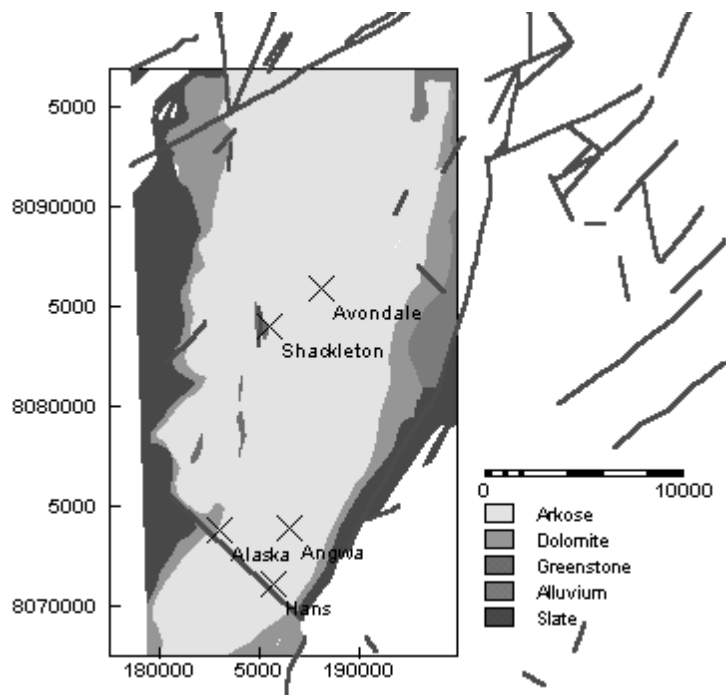
Si è verificato che tutti i predittori utilizzati sono sensibili al dato di maggiore precisione disponibile (rappresentato dall'anomalia aeromagnetica), e che la previsione tende a migliorare se si impiega una migliore interpolazione del dato geochimico (Cu “*refined*”); si è anche visto che i predittori che si comportano peggio in base al criterio di cui sopra sono anche sensibili alla distanza dalle lineazioni geologiche, che è da considerare il dato più grezzo fra quelli impiegati. Ci si può attendere che migliorando la descrizione delle lineazioni geologiche, eventualmente differenziandole per tipologia, si pervenga a migliori risultati.

Concludendo, dall'analisi è stato possibile validare il modello concettuale proposto, dal momento che in effetti si può ottenere una predizione accettabile usando i fattori causali scelti, almeno con alcune delle tecniche testate (fuzzy or e fuzzy sum). L'analisi evidenzia anche i fattori che maggiormente spiegano la mineralizzazione osservata e che dovrebbero essere indagati approfonditamente per migliorare la previsione.

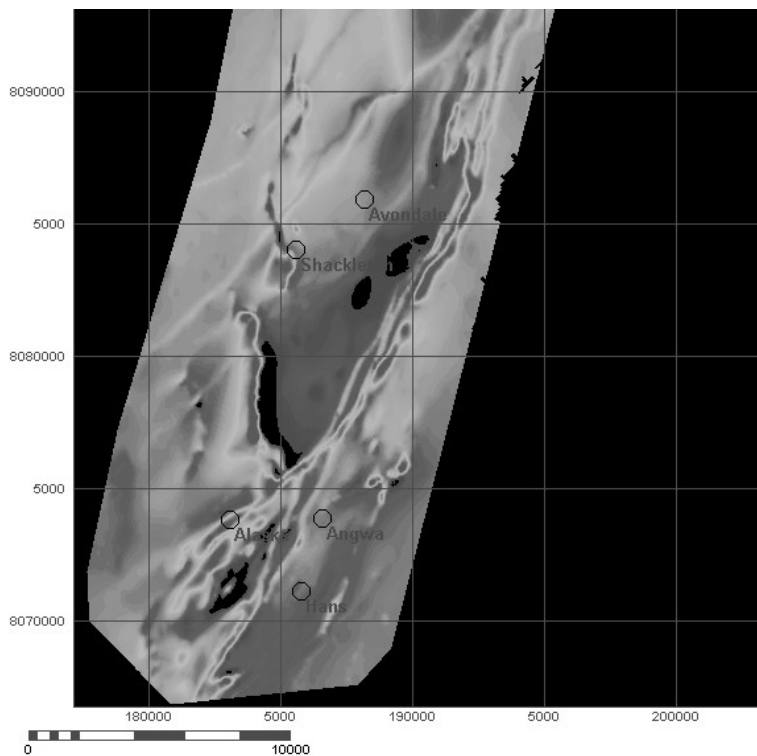
Il modello mostra una certa capacità di verifica dei dati disponibili, e può essere utile impiegato per pianificare ulteriori prospezioni ed approfondimenti delle analisi. Le mappe di *favourability* con alcuni dei predittori sono mostrate a titolo di esempio in Figura 8.

## **Bibliografia**

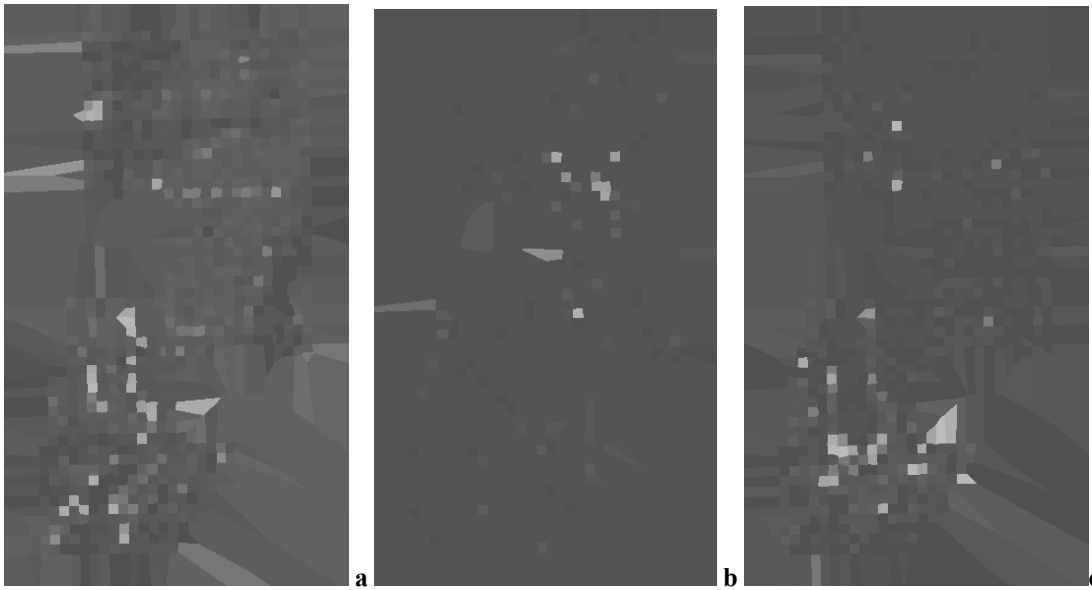
1. Bonham-Carter, G., *GIS for geoscientists, modeling with GIS*, Elsevier, New York, 1994
2. Chung, C.F., Fabbri, A.G., *The representation of geoscience information for data integration*, Non Renewable Resources, 1993
3. Harris, D.V., Pan, G., *Mineral favorability mapping: a comparison of artificial neural networks, logistic regression, and discriminant analysis*, Natural Resources Research, vol. 8, n. 2, 1999
4. Wackernagel, H., *Multivariate Geostatistics*, Springer, Berlin, 1997, 200 pp.



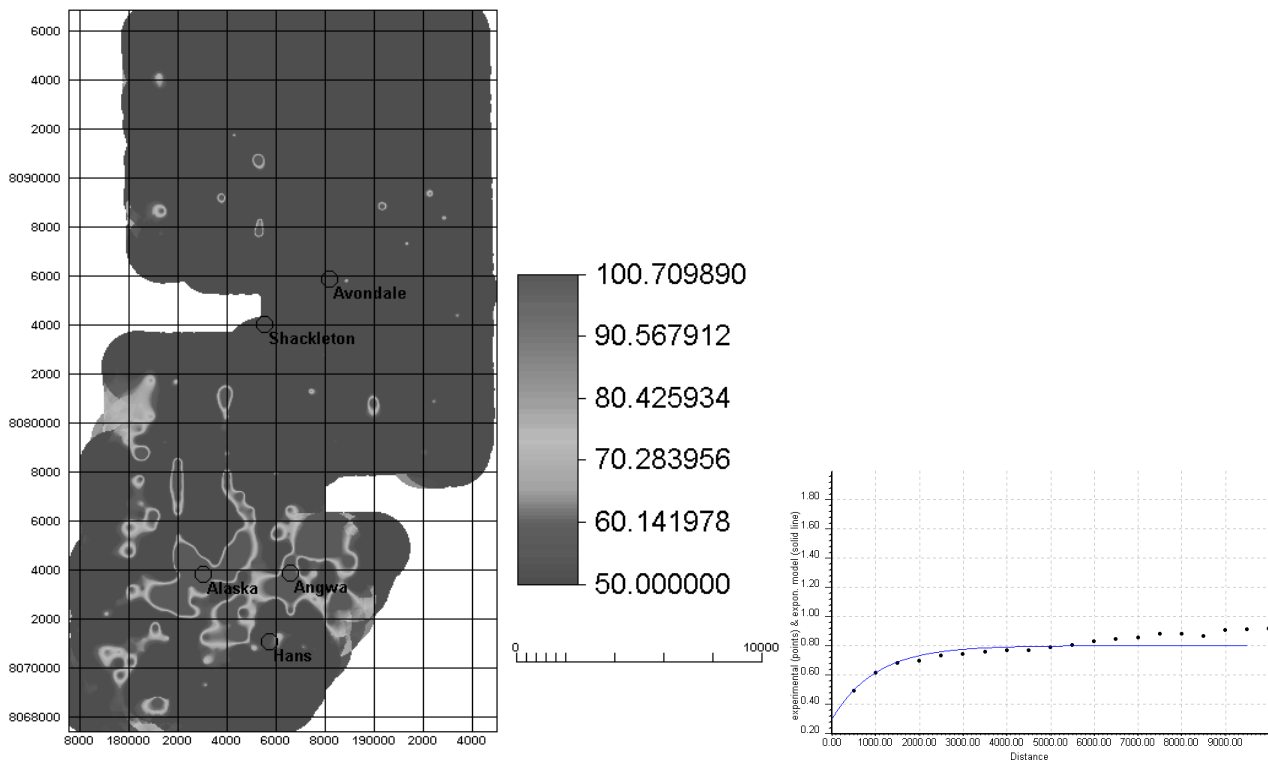
**Figura 1- unità litologiche e lineamenti geologici nell'area, con indicazione delle miniere note. *Lithological units and lineaments in the area, with the known mine locations***



**Figura 2 – Mappa dell'anomalia aeromagnetica, con indicazione delle miniere note. *Aeromagnetic Anomaly map, with the known mine locations***



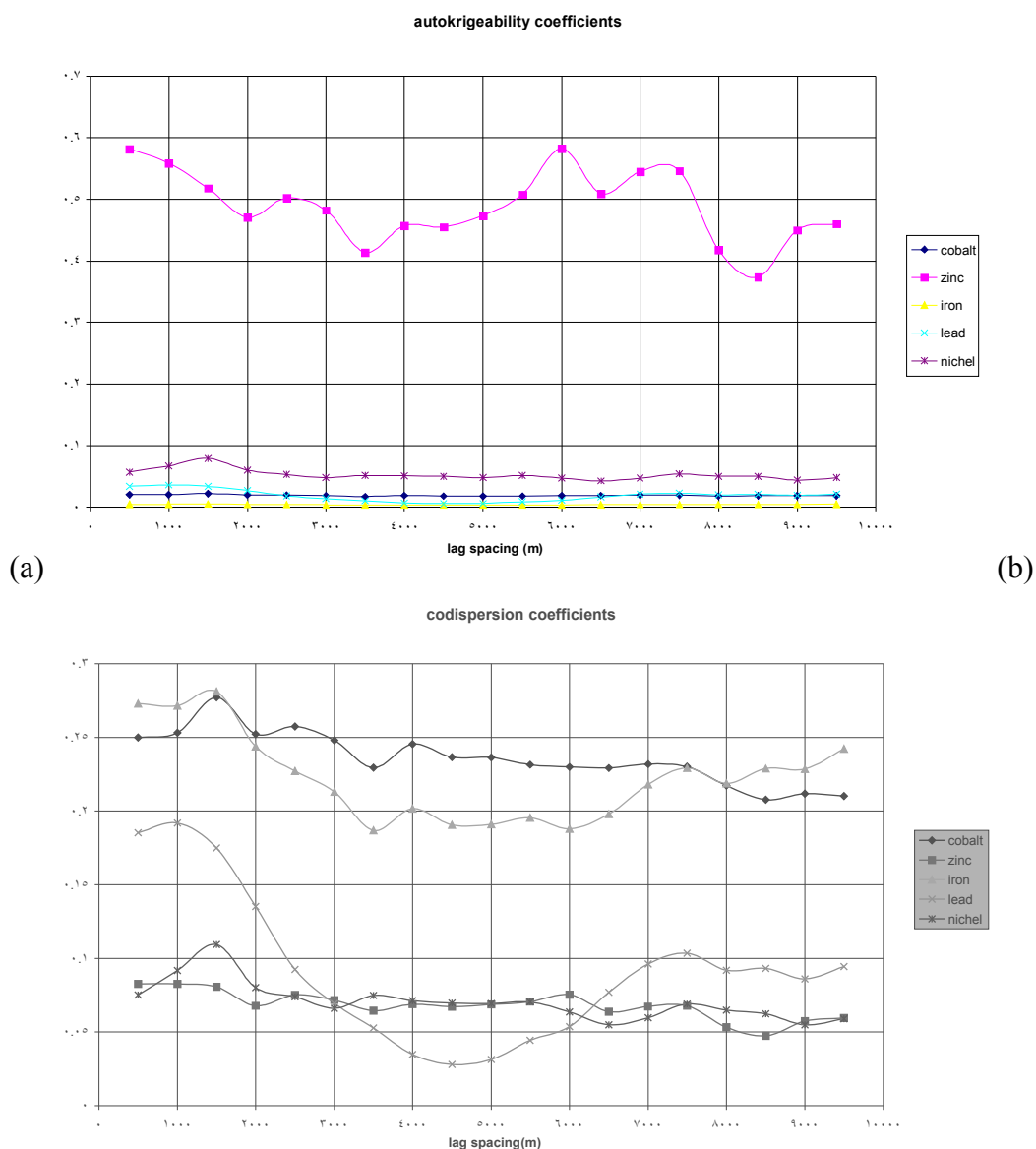
**Figura 3 – distribuzione delle anomalie di ferro (a), zinco(b) e rame (c); interpolazioni esplorative. *Exploratory interpolations of iron (a), zinc (b) and copper (c) anomalies.***



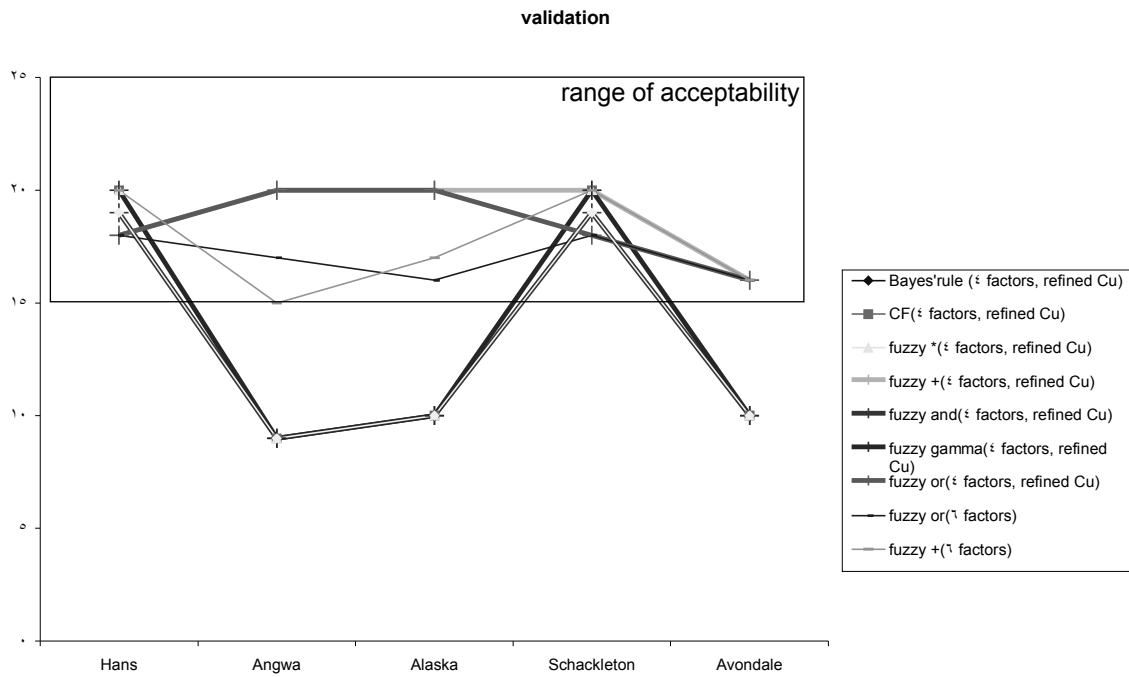
**Figura 4 – mappa dell’anomalia geochimica di rame, valutata per krigaggio ordinario della log-trasformata delle concentrazioni e successiva antitrasformazione, con indicazione delle miniere note, con il variogramma mostrato (punti= sperimentale; linea continua= modello). *Cu anomaly from kriging of log-transformed concentrations (with the known mine locations) using the shown variogram (dots= experimental, line=model) .***

CU	1									
PB	0.217514	1								
ZN	0.127237	0.230512	1							
FE	<u>0.399333</u>	<u>0.422935</u>	0.205321	1						
CO	<u>0.33941</u>	<u>0.328598</u>	0.188015	<u>0.703861</u>	1					
NI	0.088643	0.159756	0.050928	0.175653	<u>0.374099</u>	1				
AS	0.054031	0.023898	0.297403	0.110737	0.101505	0.05664	1			
AU	0.105329	0.020772	0.009198	0.020203	0.040742	0.042179	-0.00843	1		
AG	0.118025	0.045308	0.025826	0.060796	0.003236	0.002897	0.01292	0.071024	1	
	CU	PB	ZN	FE	CO	NI	AS	AU	AG	

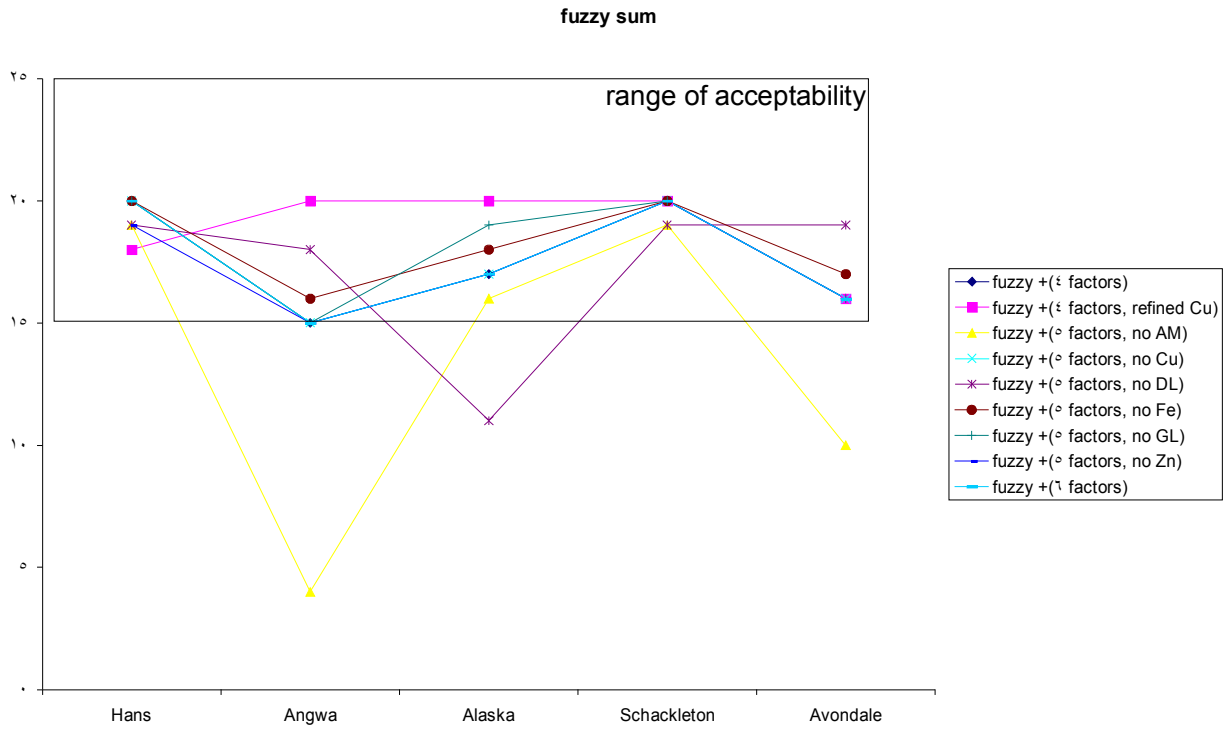
**Tabella 1 – matrice di correlazione fra le concentrazioni (sono sottolineate le correlazioni più alte). Correlation matrix of geochemical data (correlations >0.3 highlighted)**



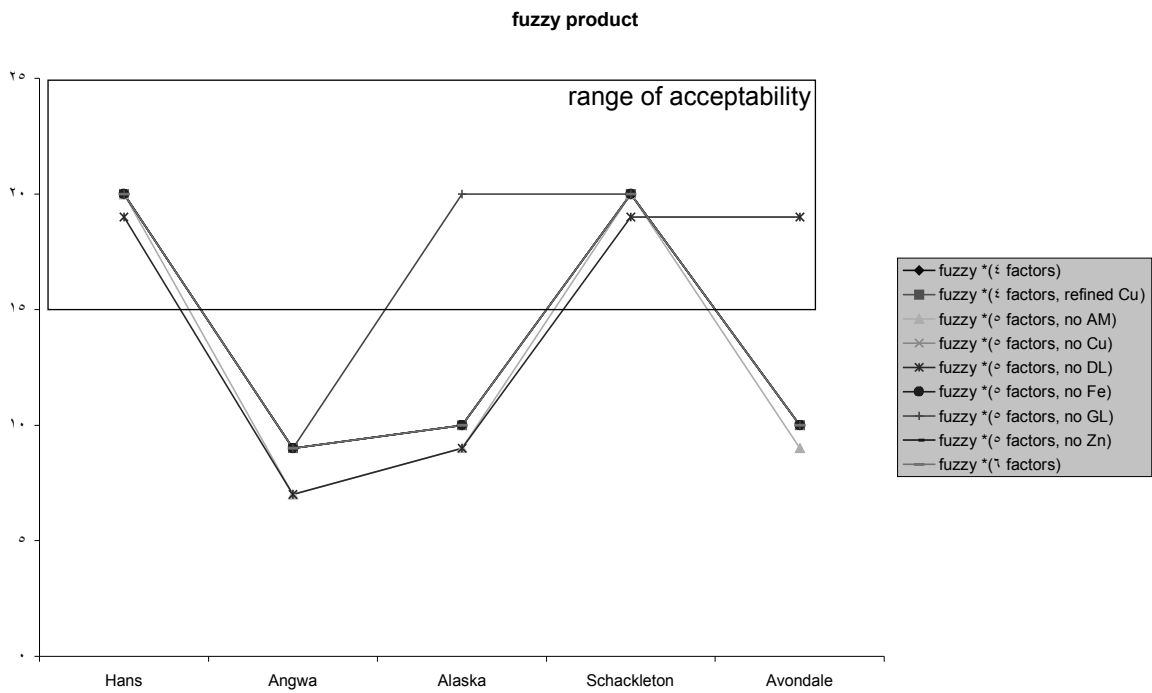
**Figura 5 – coefficienti di autokrigabilità (a) e codispersione (b) di varie specie chimiche con il rame. Autokrigeability (a) and codispersion coefficients (b) of copper with respect to the other elements.**



**Figura 6- Validazione della predizione fatta con quattro e sei fattori. *Validation of the prediction using four and six causal factors.***

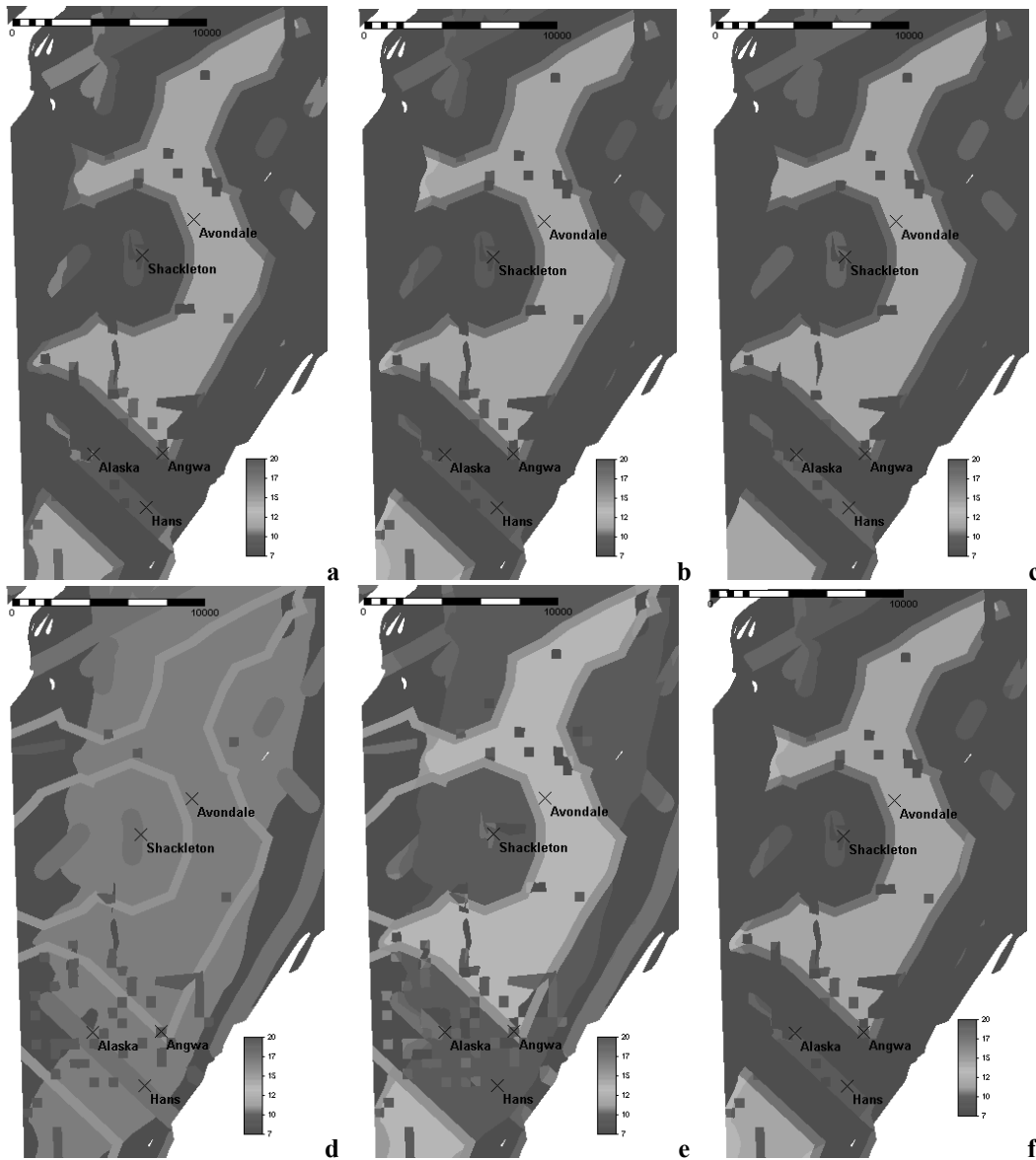


(a)



(b)

**Figura 7 – Due casi di analisi di sensitività. Sensitivity analysis in two cases.**



**Figura 8 – Esempio di mappe della predizione: a=teorema di Bayes; b=certainty factors; c= fuzzy-and; d=fuzzy or; e=fuzzy-somma; f=fuzzy-prodotto. Examples of prediction maps: a= Bayes' theorem; b=certainty factors; c= fuzzy-and; d=fuzzy or; e=fuzzy-sum; f=fuzzy-product.**